



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Materiály zpracované a inovované
v rámci projektu

Perspektivy krajinného managementu - inovace krajinářských disciplín

Číslo projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0080

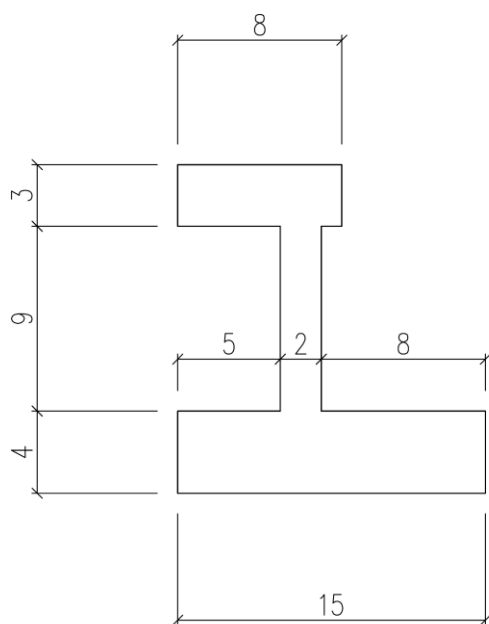
Předmět: Technická mechanika a základy technického
kreslení

část 3: Statické veličiny rovinného průřezu

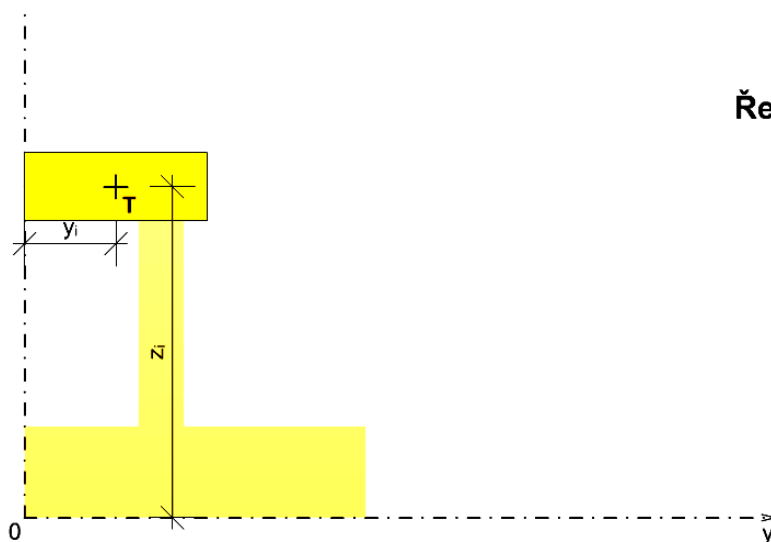
TĚŽIŠTĚ, MOMENTY A POLOMĚRY SETRVAČNOSTI, MODULY SLOŽENÉHO DŘEVĚNÉHO PRŮŘEZU

Určete graficky i početně polohu těžiště a vypočítejte momenty a poloměry setrvačnosti k těžišťovým osám x_t , y_t a příslušné průřezové moduly plochy znázorněné na obrázku.

Rozměry jsou uvedeny v cm.



Výpočet polohy těžiště ze statického momentu plochy složeného obrazce:



Řešení části č. 1

Plocha :

$$A = b_i \cdot h_i$$

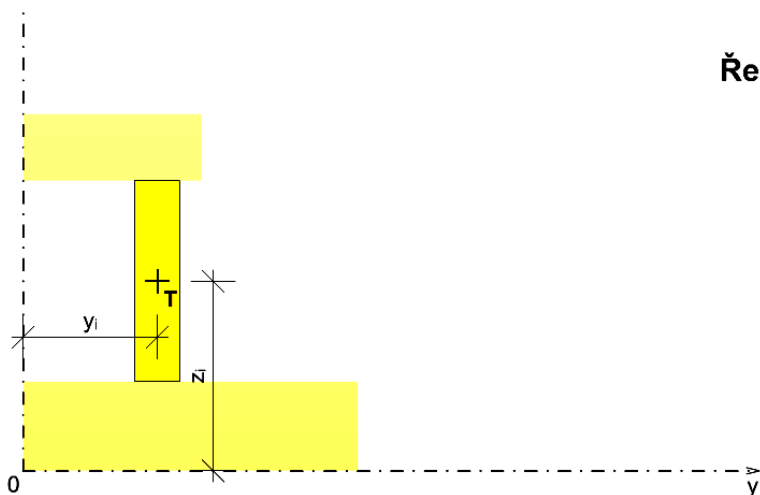
$$A_i = 80 \cdot 30$$

$$A_i = \mathbf{2400} \text{ mm}^2$$

Souřadnice těžiště :

$$y_i = \mathbf{40} \text{ mm}$$

$$z_i = \mathbf{145} \text{ mm}$$



Řešení části č. 2

Plocha :

$$A = b_i \cdot h_i$$

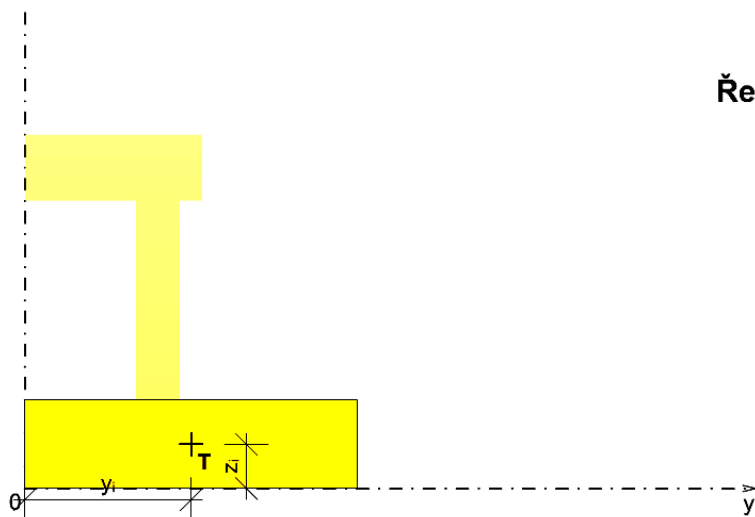
$$A_i = 20 \cdot 90$$

$$A_i = 1800 \text{ mm}^2$$

Souřadnice těžiště :

$$y_i = 60 \text{ mm}$$

$$z_i = 85 \text{ mm}$$



Řešení části č. 3

Plocha :

$$A = b_i \cdot h_i$$

$$A_i = 150 \cdot 40$$

$$A_i = 6000 \text{ mm}^2$$

Souřadnice těžiště :

$$y_i = 75 \text{ mm}$$

$$z_i = 20 \text{ mm}$$

Algebraický součet statických momentů dílčích ploch složeného obrazce k libovolně zvolené ose je roven statickému momentu plochy složeného obrazce (celkové plochy) k téže ose.

$$U = A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3 = A \cdot y_t$$

$$y_t = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3}{A}$$

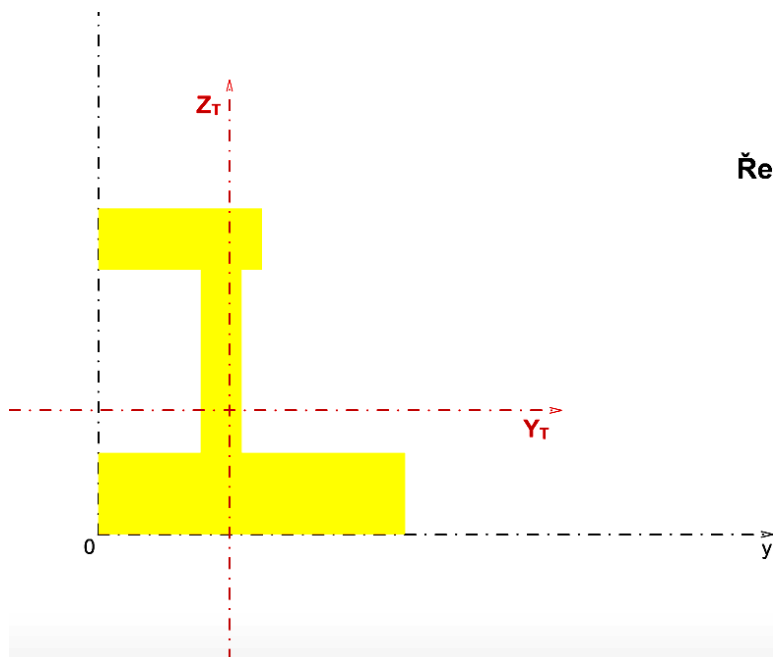
$$y_t = \frac{2400 \cdot 40 + 1800 \cdot 60 + 6000 \cdot 75}{10200}$$

$$y_t = 64,118 \text{ mm}$$

$$z_t = \frac{A_1 \cdot z_1 + A_2 \cdot z_2 + A_3 \cdot z_3}{A}$$

$$z_t = \frac{2400 \cdot 145 + 1800 \cdot 85 + 6000 \cdot 20}{10200}$$

$$z_t = 60,882 \text{ mm}$$



Řešení celého složeného průřezu :

Celková plocha :

$$A = \sum_{i=1}^n A_i = \mathbf{10200} \text{ mm}^2$$

Souřadnice těžiště celého průřezu :

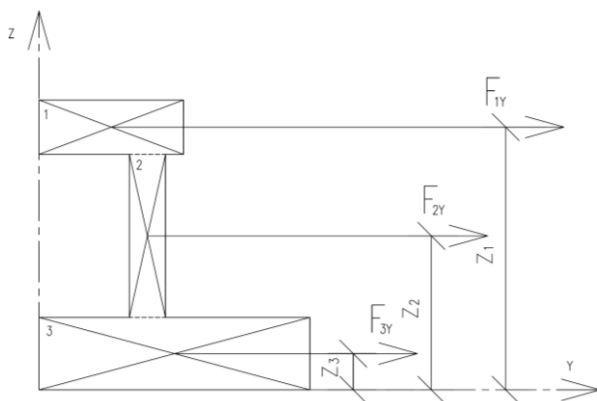
$$y_T = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n A_i} = \mathbf{64.118} \text{ mm}$$

$$z_T = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n A_i} = \mathbf{60.882} \text{ mm}$$

nebo

v těžištích dílčích ploch necháme působit svislé a vodorovné síly úměrné velikostem těchto ploch a zjistíme jejich výslednice. Průsečík výslednice vodorovných a výslednice svislých sil je těžiště plochy rovinného průřezu.

(Varignonova věta – momentový bod na ose y)



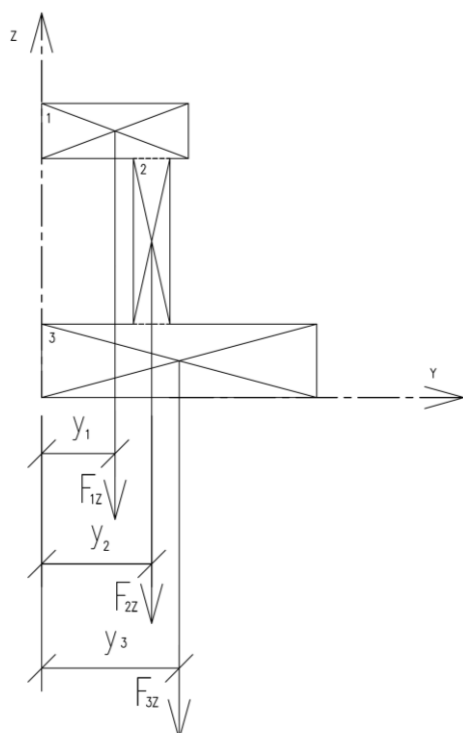
$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = F_y$$

$$F_y \cdot z_T = F_{1y} \cdot z_1 + F_{2y} \cdot z_2 + F_{3y} \cdot z_3$$

$$z_t = \frac{2400 \cdot 145 + 1800 \cdot 85 + 6000 \cdot 20}{10200}$$

$$z_T = 60,882 \text{ mm}$$

(Varignonova věta – momentový bod na ose y)



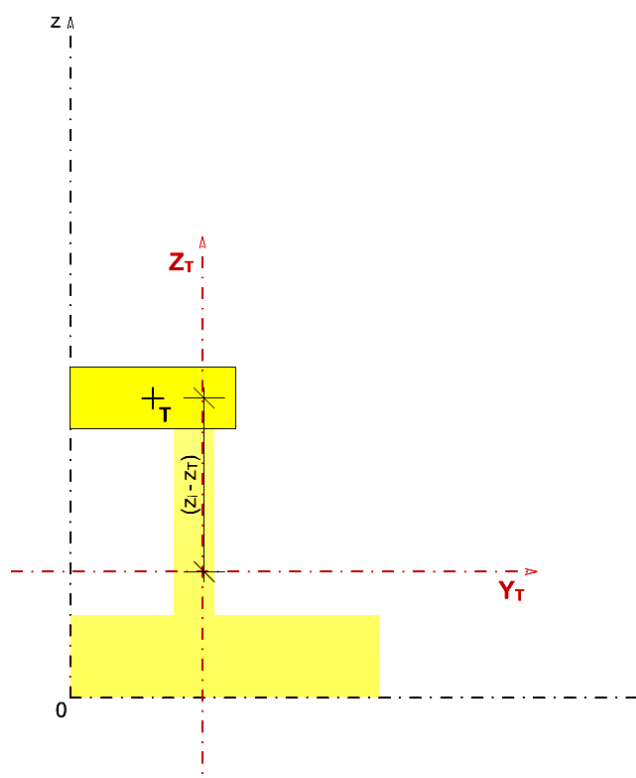
$$F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} = F_z$$

$$F_z \cdot y_T = F_{1z} \cdot y_1 + F_{2z} \cdot y_2 + F_{3z} \cdot y_3$$

$$y_T = \frac{2400 \cdot 40 + 1800 \cdot 60 + 6000 \cdot 75}{10200}$$

$$y_T = 64,118 \text{ mm}$$

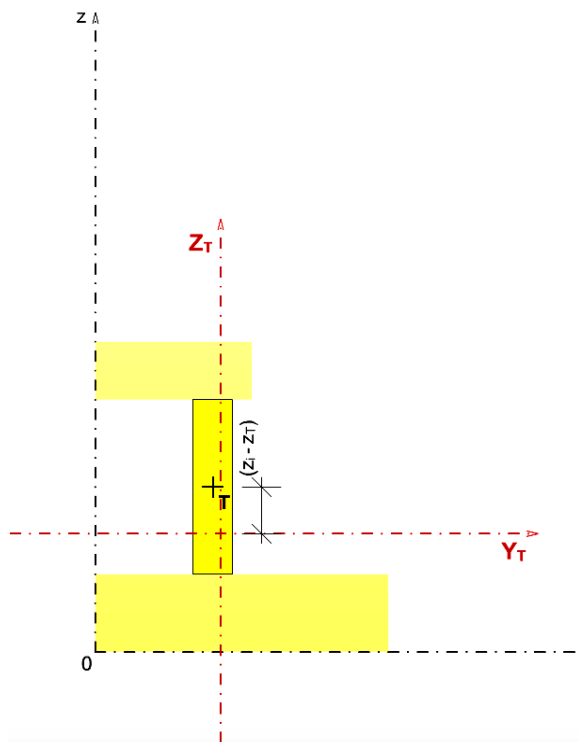
Výpočet momentů setrvačnosti průřezu



$$I_{y1} = \frac{1}{12} b_1 \cdot h_1^3 + A_1 \cdot (z_1 - z_T)^2$$

$$I_{y1} = \frac{1}{12} 8 \cdot 3^3 + 24 \cdot (14,5 - 6,088)^2$$

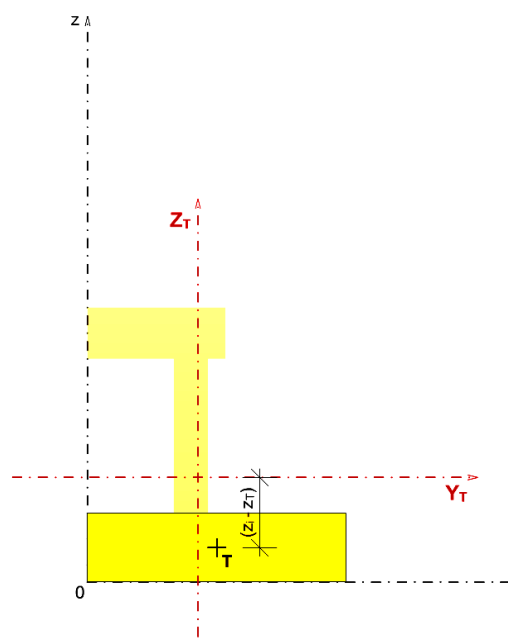
$$I_{y1} = 1716,283 \text{ cm}^4$$



$$I_{y2} = \frac{1}{12} b_2 \cdot h_2^3 + A_2 \cdot (z_2 - z_T)^2$$

$$I_{y2} = \frac{1}{12} 2 \cdot 9^3 + 18 \cdot (8,5 - 6,088)^2$$

$$I_{y2} = 226,219 \text{ cm}^4$$



$$I_{y3} = \frac{1}{12} b_3 \cdot h_3^3 + A_3 \cdot (z_3 - z_T)^2$$

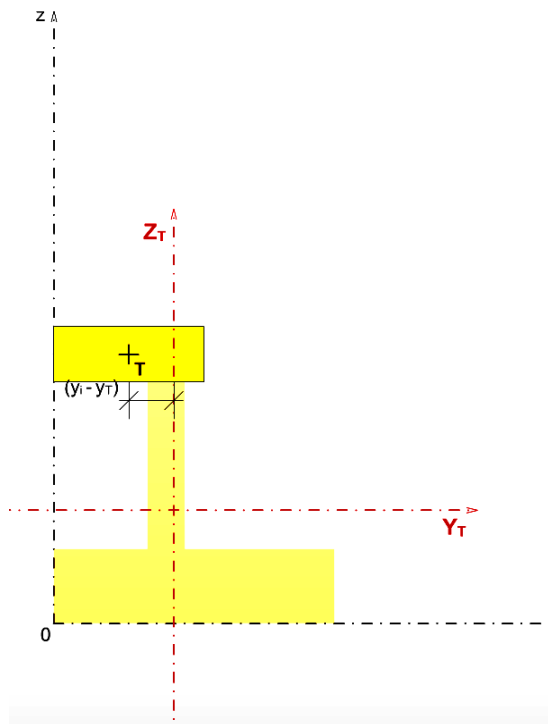
$$I_{y3} = \frac{1}{12} 15 \cdot 4^3 + 60 \cdot (2,0 - 6,088)^2$$

$$I_{y3} = 1082,705 \text{ cm}^4$$

Celkový moment setrvačnosti k ose y:

$$I_y = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3}$$

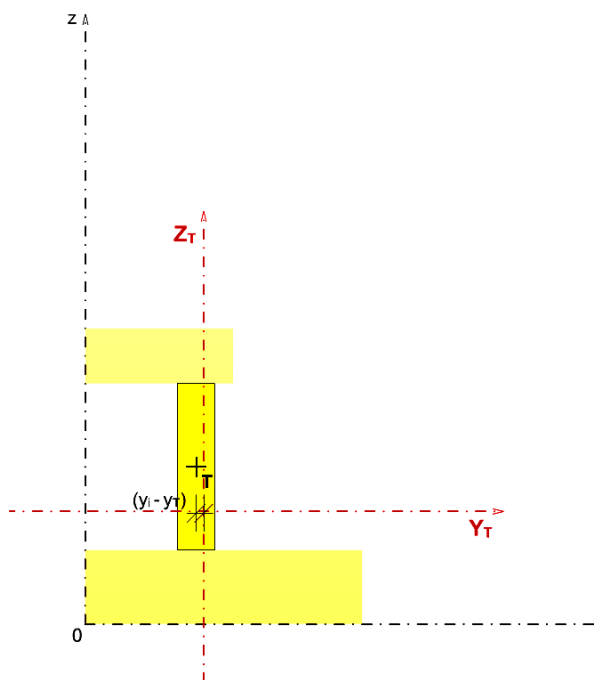
$$I_y = 3025,207 \text{ cm}^4$$



$$I_{z1} = \frac{1}{12} b_1^3 \cdot h_1 + A_1 \cdot (y_1 - y_T)^2$$

$$I_{z1} = \frac{1}{12} 8^3 \cdot 3 + 24 \cdot (4,0 - 6,412)^2$$

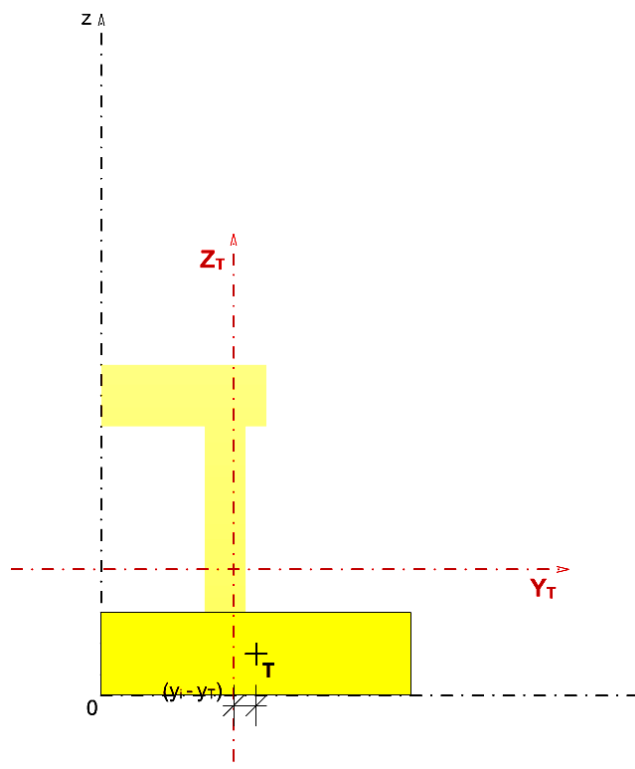
$$I_{z1} = 267,626 \text{ cm}^4$$



$$I_{z2} = \frac{1}{12} b_2^3 \cdot h_2 + A_2 \cdot (y_2 - y_T)^2$$

$$I_{z2} = \frac{1}{12} 2^3 \cdot 9 + 18 \cdot (6,0 - 6,412)^2$$

$$I_{z2} = 9,055 \text{ cm}^4$$



$$I_{z3} = \frac{1}{12} b_3^3 \cdot h_3 + A_3 \cdot (y_3 - y_T)^2$$

$$I_{z3} = \frac{1}{12} 15^3 \cdot 4 + 60 \cdot (7,5 - 6,412)^2$$

$$I_{z3} = 1196,025 \text{ cm}^4$$

Celkový moment setrvačnosti k ose z:

$$I_z = I_{z1} + I_{z2} + I_{z3}$$

$$I_z = 267,626 + 9,055 + 1196,025$$

$$I_z = 1472,706 \text{ cm}^4$$

Poloměry setrvačnosti:

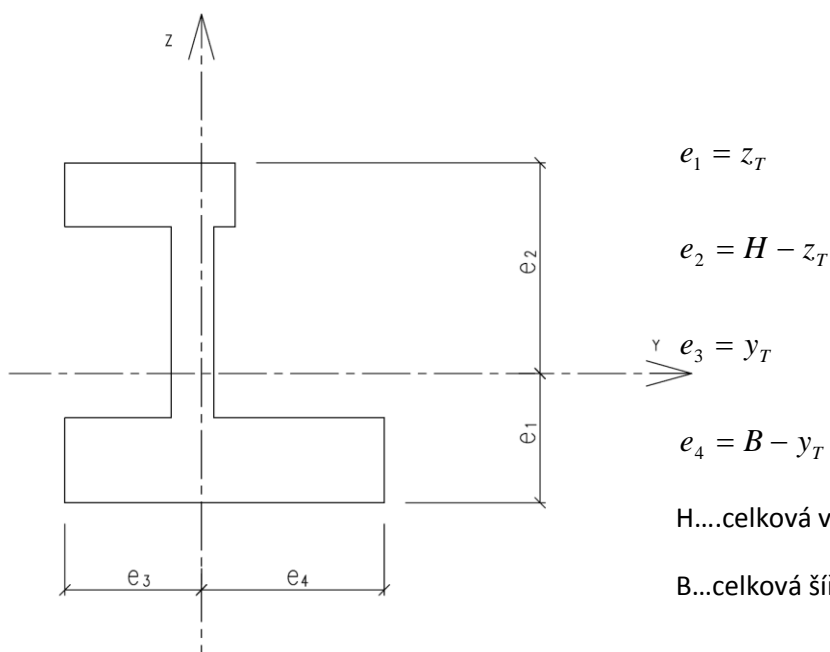
$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{3025,207}{102}} = 5,446 \text{ cm}$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{1472,706}{102}} = 3,8 \text{ cm}$$

Moduly průřezu:



H....celková výška průřezu

B...celková šířka průřezu

$$W_1 = \frac{I_y}{e_1} = \frac{3025,207}{6,088} = 496,913 \text{ cm}^3$$

$$W_2 = \frac{I_y}{e_2} = \frac{3025,207}{9,912} = 305,207 \text{ cm}^3$$

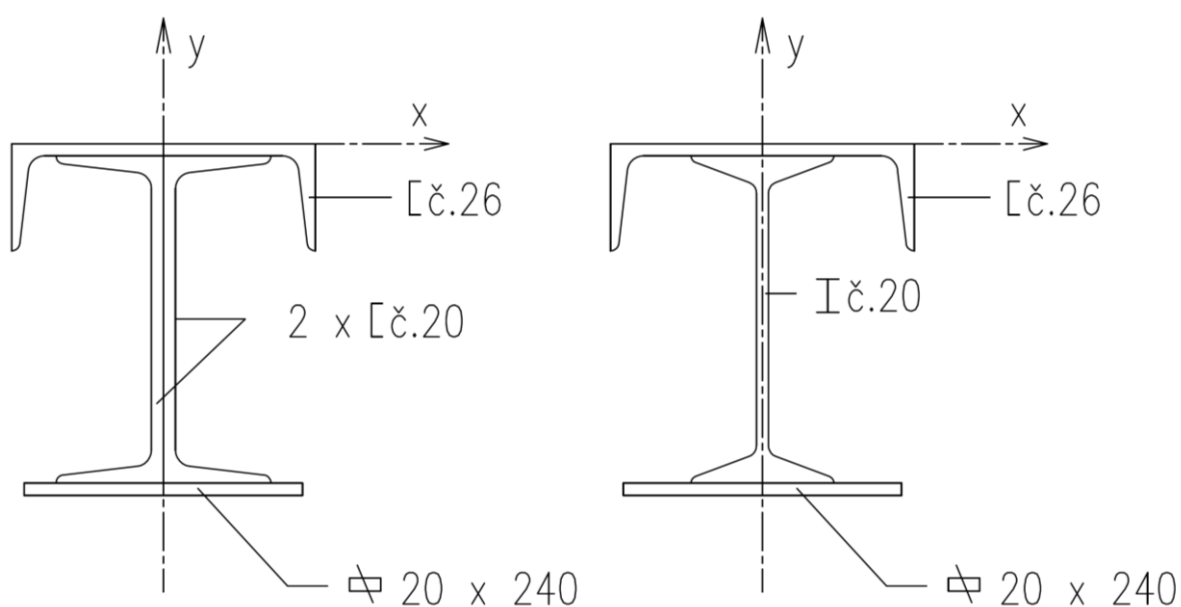
$$W_3 = \frac{I_z}{e_3} = \frac{1472,706}{6,412} = 229,680 \text{ cm}^3$$

$$W_4 = \frac{I_z}{e_4} = \frac{1472,706}{8,588} = 171,484 \text{ cm}^3$$

1. TĚŽIŠTĚ, MOMENTY A POLOMĚRY SETRVAČNOSTI, MODULY

SLOŽENÉHO OCELOVÉHO PRŮŘEZU

Porovnejte hodnoty statických veličin složených ocelových průřezů uvedených na obr. (Určete souřadnice těžiště, momenty a poloměry setrvačnosti k těžišťovým osám x_t , y_t a příslušné průřezové moduly průřezu). Potřebné údaje o válcových průřezích vyhledejte ve stavebních tabulkách (ve skriptech). Rozměry jsou uvedeny v mm.

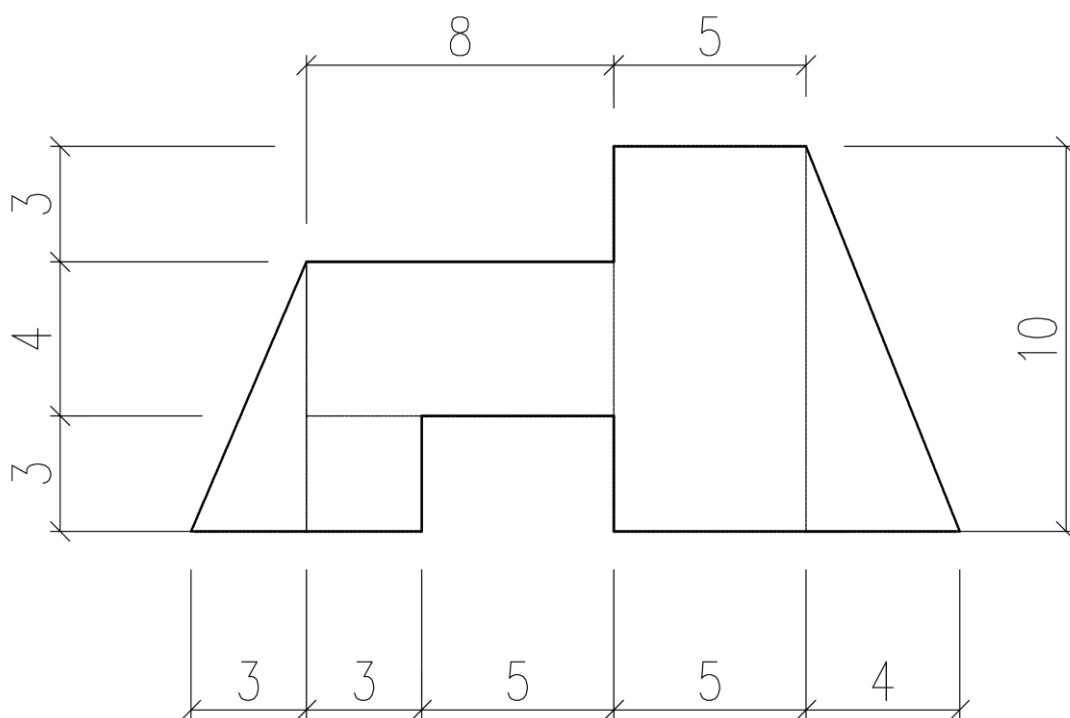


2. TĚŽIŠTĚ, MOMENTY A POLOMĚRY SETRVAČNOSTI, MODULY

SLOŽENÉHO DŘEVĚNÉHO PRŮŘEZU

Určete graficky i početně polohu těžiště a vypočítejte momenty a poloměry setrvačnosti k těžišťovým osám x_t , y_t a příslušné průřezové moduly plochy znázorněné na obrázku.

Rozměry jsou uvedeny v cm.



Výsledky:

1. a)

poloha těžiště: $y_T = 11,311$ cm,

moment setrvačnosti: $I_x = 13\,490,335$ cm⁴, $I_y = 7\,680,18$ cm⁴

poloměry setrvačnosti: $i_x = 9,162$ cm, $i_y = 6,913$ cm,

moduly průřezu: $W_1 = 1\,192,674$ cm³, $W_2 = 1\,154,105$ cm³, $W_3 = 590,783$ cm³

b)

poloha těžiště: $y_T = 11,147$ cm,

moment setrvačnosti: $I_x = 11\,792,186$ cm⁴, $I_y = 7\,241,0$ cm⁴

poloměry setrvačnosti: $i_x = 9,531$ cm, $i_y = 7,469$ cm,

moduly průřezu: $W_1 = 1\,057,88$ cm³, $W_2 = 994,869$ cm³, $W_3 = 557,0$ cm³

2. poloha těžiště: $x_T = 10,759$ cm, $y_T = 4,236$ cm,

moment setrvačnosti: $I_x = 775,344$ cm⁴, $I_y = 3\,154,914$ cm⁴

poloměry setrvačnosti: $i_x = 2,526$ cm, $i_y = 5,096$ cm,

moduly průřezu: $W_1 = 183,037$ cm³, $W_2 = 134,515$ cm³, $W_3 = 293,235$ cm³, $W_4 = 341,404$ cm³