



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Materiály zpracované a inovované
v rámci projektu

Perspektivy krajinného managementu - inovace krajinařských disciplín

Číslo projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0080

Předmět: Technická mechanika a základy technického kreslení

část 1: Skládání sil

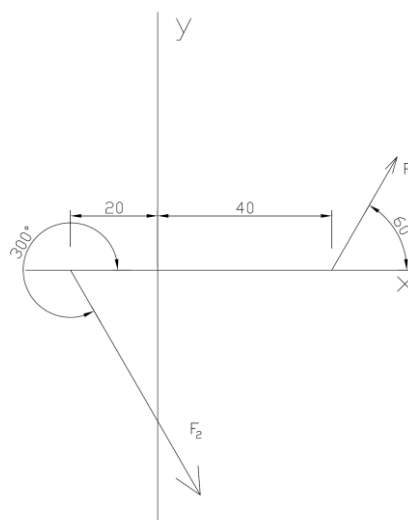
SKLÁDÁNÍ 2 RŮZNOBĚŽNÝCH SIL

Vypočítejte velikost výslednice, její polohu a moment k počátku souřadného systému pro dvě síly:

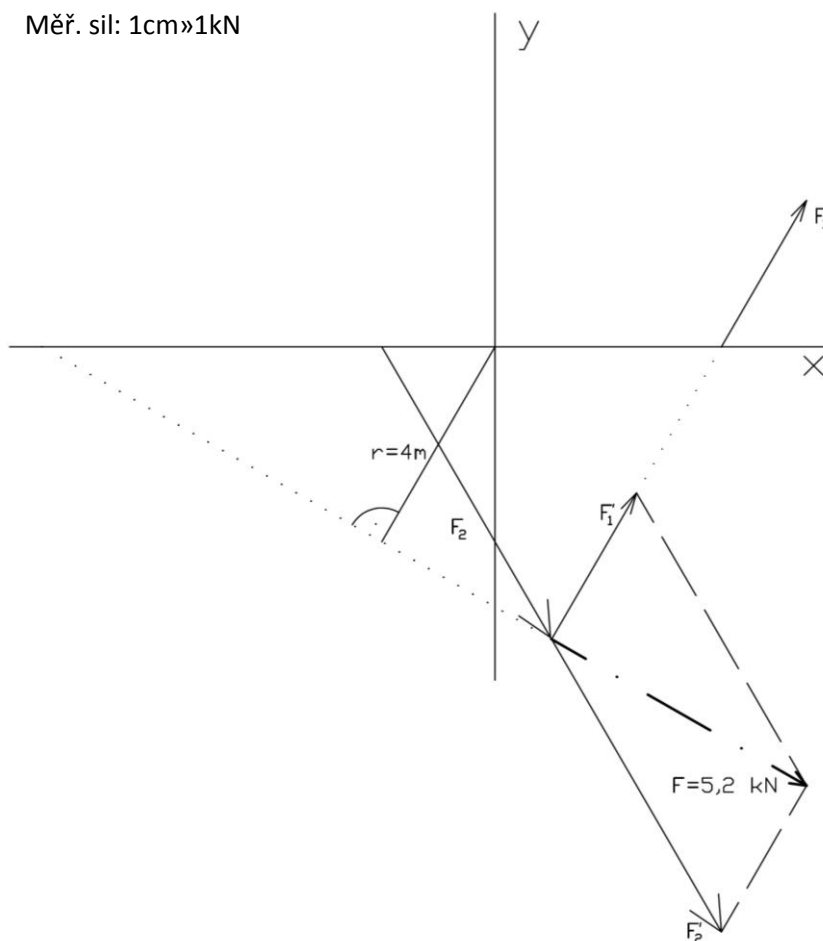
$$F_1 = 3 \text{ kN} \quad \alpha_1 = 60^\circ \quad x_1 = 4 \text{ m} \quad y_1 = 0$$

$$F_2 = 6 \text{ kN} \quad \alpha_2 = 300^\circ \quad x_2 = -2 \text{ m} \quad y_2 = 0$$

Řešte i graficky.



Grafické řešení Měř. sil: 1cm»1kN



Početní řešení:

Výpočet výslednice:

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 60^\circ = 5,196 \text{ kN} \quad (\text{kosinová věta})$$

nebo

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha_1 = 3 \cdot \cos 60^\circ = 1,5 \text{ kN}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 6 \cdot \cos 300^\circ = 3,0 \text{ kN}$$

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} = 4,5 \text{ kN}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \alpha_1 = 3 \cdot \sin 60^\circ = 2,598 \text{ kN}$$

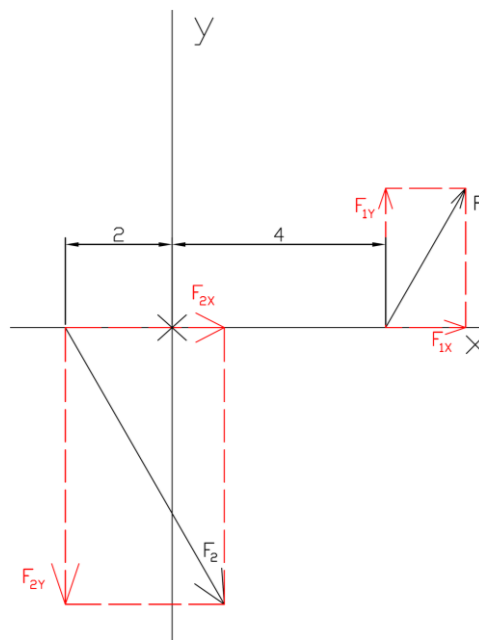
$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin \alpha_2 = 6 \cdot \sin 300^\circ = -5,196 \text{ kN}$$

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} = -2,598 \text{ kN}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 5,196 \text{ kN}$$

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{F_y}{F_x} = 0,577 \Rightarrow \alpha' = 30^\circ$$

$$\alpha = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ \rightarrow 4. \text{ kvadrant}$$



Výpočet statického momentu vzhledem počátku souřadného systému:

$$M = F_{1x} \cdot y_1 + F_{2x} \cdot y_2 - F_{1y} \cdot x_1 - F_{2y} \cdot x_2 = F_{1x} \cdot 0 + F_{2x} \cdot 0 - 2,598 \cdot 4 - 5,196 \cdot 2 = -20,784 \text{ kNm}$$

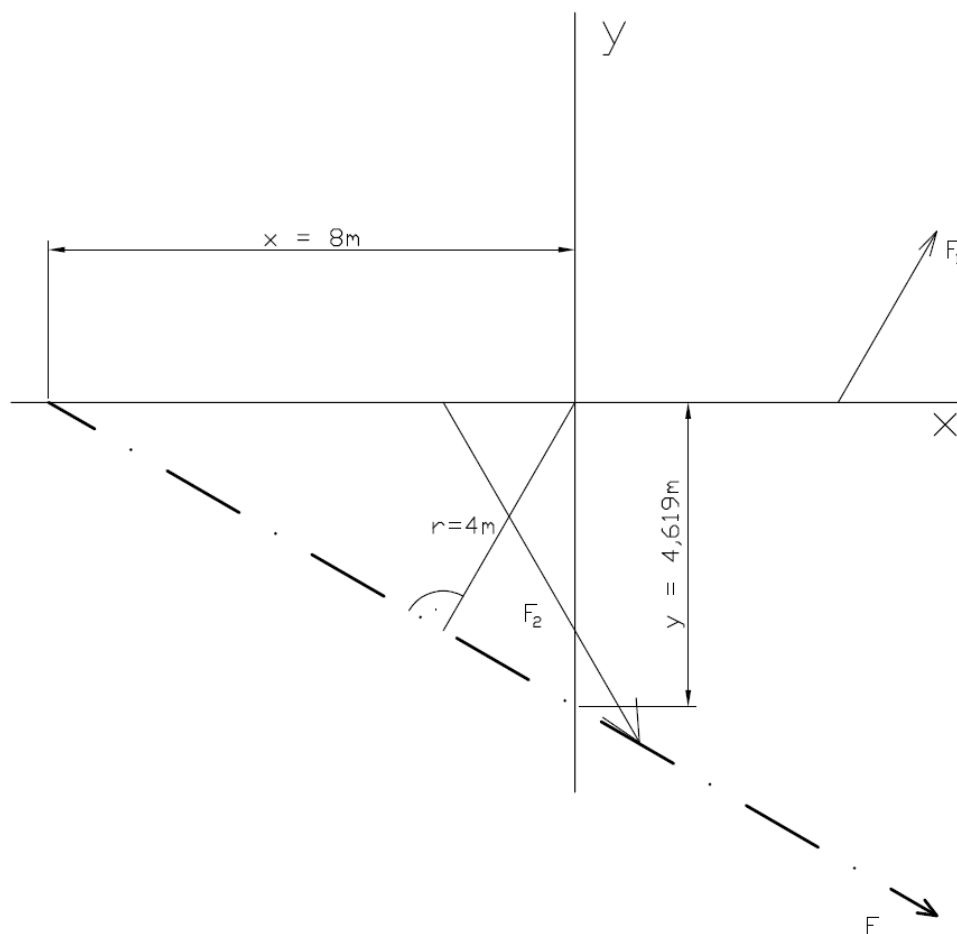
Úseky, které vytíná výslednice na osách x a y:

$$x = \frac{M}{F_y} = -8 \text{ m}$$

$$y = \frac{M}{F_x} = -4,619 \text{ m}$$

Výpočet ramena výslednice vzhledem počátku souřadného systému:

$$r = \frac{M}{F} = 4,0 \text{ m}$$



SKLÁDÁNÍ 4 RŮZNOBĚŽNÝCH SIL

Nalezněte výslednici čtyř sil F_1 , F_2 , F_3 , F_4 , které mají velikosti:

$$F_1 = 6 \text{ kN} \quad F_2 = 3 \text{ kN} \quad F_3 = 5 \text{ kN} \quad F_4 = 1 \text{ kN}$$

s působišti v bodech

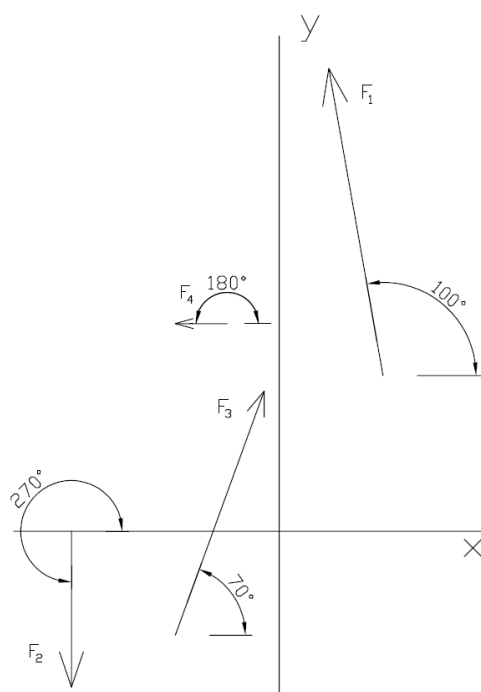
$$a_1 = (2;3) \quad a_2 = (-4;0) \quad a_3 = (-2;-2) \quad a_4 = (-1;4)$$

Tyto síly svírají s osou x směrové úhly

$$\alpha_1 = 100^\circ \quad \alpha_2 = 270^\circ \quad \alpha_3 = 70^\circ \quad \alpha_4 = 180^\circ$$

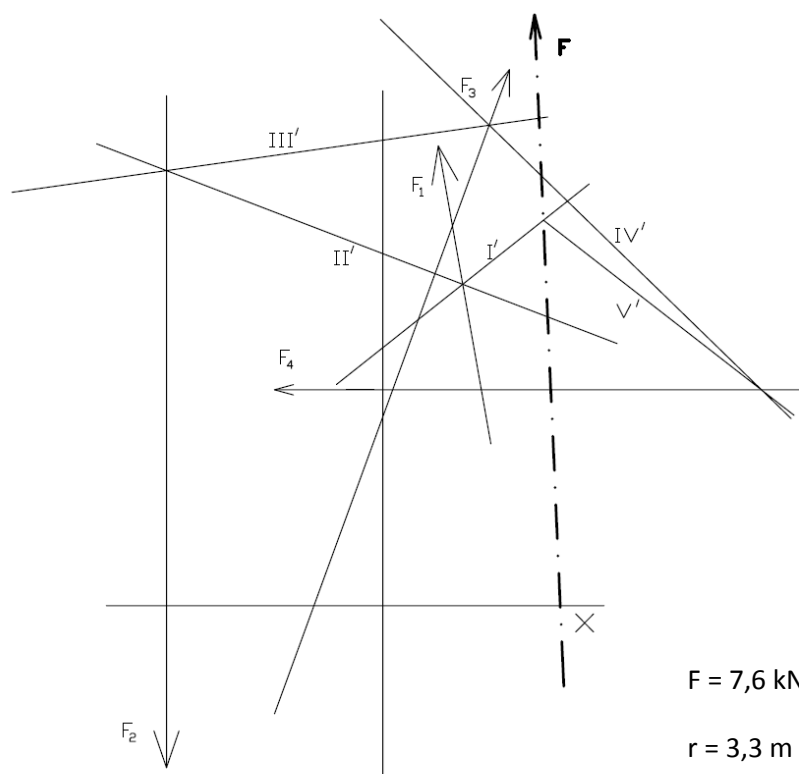
a určete statický moment soustavy sil vzhledem k počátku souřadného systému.

Řešte početně i graficky.



Grafické řešení:

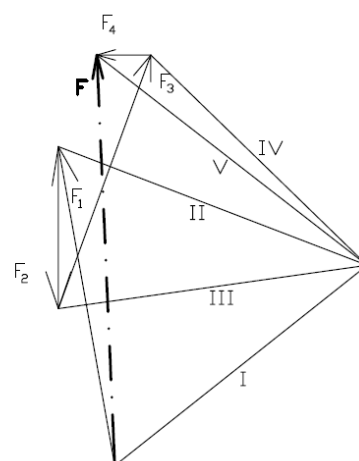
Měř. sil: 1cm»1kN



$F = 7,6 \text{ kN}$

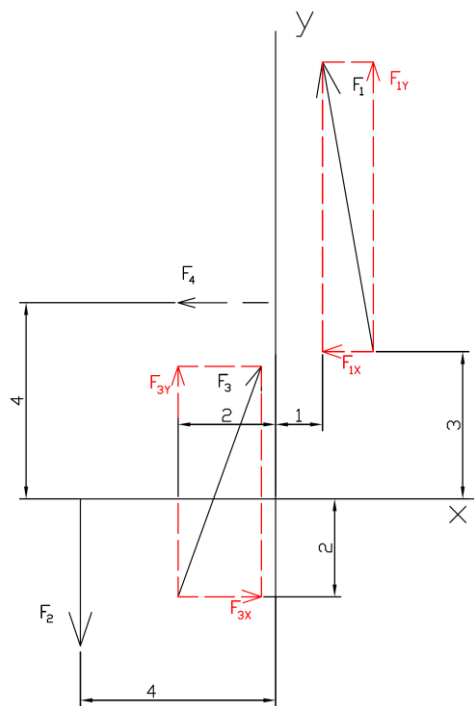
$r = 3,3 \text{ m}$

$x = 3,3 \text{ m}$



Počtení řešení:

i	F_i	x_i	y_i	α_i	$\cos \alpha_i$	$\sin \alpha_i$	$F_{ix} = F_i \cdot \cos \alpha_i$	$F_{iy} = F_i \cdot \sin \alpha_i$	$F_{iy} \cdot x_i$	$F_{ix} \cdot y_i$
1	6	2	3	100	-0,174	0,985	-1,044	5,910	-11,82	-3,132
2	3	-4	0	270	0	-1	0	-3,0	-12	0
3	5	-2	-2	70	0,342	0,94	1,710	4,7	9,4	-3,420
4	1	-1	4	180	-1	0	-1,0	0	0	-4,0
Σ							-0,334	7,61	-14,42	-10,552



$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 7,617 \text{ kN}$$

$$\tan \alpha' = \frac{F_y}{F_x} = 22,784 \Rightarrow \alpha' = 87,49^\circ$$

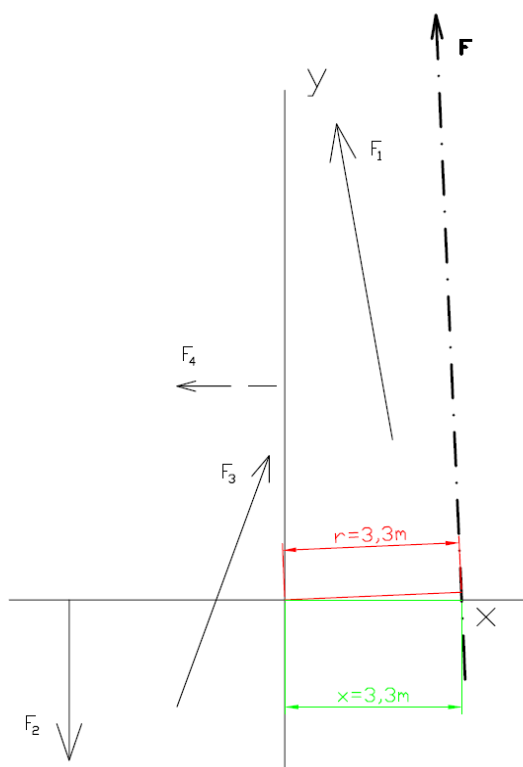
$$\alpha = 180^\circ - 87,49^\circ = 92,51^\circ \rightarrow 2. \text{kvadrant}$$

$$M = \sum F_i \cdot r_i = -24,972 \text{ kNm}$$

$$r = \left| \frac{M}{F} \right| = 3,278 \text{ m}$$

$$x = \frac{M}{R_y} = 3,281 \text{ m}$$

$$y = \frac{M}{R_x} = 74,766 \text{ m}$$



1. SKLÁDÁNÍ DVOU RŮZNOBĚŽNÝCH SIL

Je zadána rovinná soustava dvou sil F_1 , F_2 , které mají velikosti :

$$F_1 = 8 \text{ kN}$$

$$F_2 = 3,5 \text{ kN}$$

Tyto síly působí v počátku souřadného systému

a mají směrové úhly

$$\alpha_1 = 110^\circ$$

$$\alpha_2 = 240^\circ.$$

Určete velikost a polohu výslednice F a rovnovážné síly R .

Řešte početně i graficky.

2. SKLÁDÁNÍ ČTYŘ RŮZNOBĚŽNÝCH SIL

Je zadána rovinná soustava čtyř sil F_1 , F_2 , F_3 a F_4 , které mají velikosti :

$$F_1 = 6 \text{ kN}$$

$$F_2 = 8 \text{ kN}$$

$$F_3 = 5 \text{ kN}$$

$$F_4 = 4 \text{ kN}$$

Tyto síly působí v bodech s půdorysnými souřadnicemi

$$a_1 = (4;-2)$$

$$a_2 = (5;3)$$

$$a_3 = (-4;2)$$

$$a_4 = (3;-2)$$

a mají směrové úhly

$$\alpha_1 = 100^\circ$$

$$\alpha_2 = 45^\circ$$

$$\alpha_3 = 180^\circ$$

$$\alpha_4 = 240^\circ.$$

a) Určete velikost a polohu výslednice F , moment vzhledem k počátku souřadného systému.

b) Určete velikost a polohu rovnovážné síly R .

Řešte početně i graficky.

3. SKLÁDÁNÍ ROVNOBĚŽNÝCH SIL

Na koncích tyče délky 150 cm působí kolmo k podélné ose tyče dvě rovnoběžné síly o velikostech 20 N a 30 N. Určete velikost a působiště jejich výslednice, jestliže mají síly

a) stejný směr

b) opačný směr.

Řešte početně i graficky.

4. SKLÁDÁNÍ ROVNOBĚŽNÝCH SIL

Určete výslednici soustavy F a rovnovážnou sílu R vodorovných rovnoběžných sil

i	F_i	x_i	z_i
	[kN]	[m]	[m]
1	4	-3	1
2	-3	-1	2
3	-1	0	-1
4	5	2	-2
5	-4	4	4
6	-5	7	-6

Řešte početně i graficky.

VÝSLEDKY:

1. Výslednice má velikost $F = 50,725$ kN, odkloněna $96,068^\circ$ od kladné osy x , prochází počátkem.
2. a) Síla F má velikost $41,354$ kN. Je odkloněna od kladné osy x o úhel $\alpha = 44,18^\circ$. Statický moment vzhledem k počátku souřadného systému je $145,708$ kNm. Rameno síly k bodu $0,0$ je $3,523$ m. Na ose x vytíná výslednice úsek $5,056$ m a na ose y $4,913$ m.
b) Rovnovážná síla R má stejnou velikost a polohu jako výslednice, ale má opačnou orientaci.
3. a) Výsledná síla má velikost $F = 57$ N a je vzdálena od síly F_1 $23,86$ cm a leží mezi nimi. Má souhlasnou orientaci se silami F_1 a F_2 .
b) Výsledná síla $F = 23$ N od síly F_1 je $59,13$ cm a od síly F_2 $139,13$ cm. Výsledná síla má souhlasnou orientaci se silou F_1 .
4. Výslednice F má velikost 11 kN, orientace vlevo. Je umístěna pod osou x ve vzdálenosti $0,545$ m.